

ピアノの音響学的研究の現状*

中 村 勲**

(電気通信大学)

鈴木 英男***

((株)小野測器)

1. ま え が き

ピアノの発音機構に従って、アクション、ハンマ、弦、響板、音の放射についての最近の研究を述べる。図-1 にピアノ全体の構造、図-2 にアクションの構成を示す。著者の一人中村¹⁾は“ピアノの音響学的研究の展望”として、1920年代から1970年代までの研究について述べた。本論文はそれに続くもので、主として1980年代における研究の進展について述べる。しかし70年代以前の論文のうち、前報で触れなかったもの及び特に重要なものについては説明する。最近の研究の特徴はコンピュータの利用にあり、振動・音響波形の分析、あるいは振動機構のシミュレーションである。

ピアノ音の特性は広帯域にわたることと、定常状態を持たない過度音であることである。最低音第1鍵(A₀, 基本周波数 27.5 Hz)はほとんど音響として発生していないにもかかわらず、パーシャルの構成からそれらしく聞こえる。最高音(C₈, 基本周波数 4,186 Hz)の第5パーシャルは超音波の領域にある(実際には調律はS字特性をとっているため、C₈の基本周波数自体が平均律で規定される周波数よりもっと高い周波数となっている)。それぞれの帯域で起きている現象は、全帯域に共通している事柄と、その帯域特有の性質とがある。例えば打弦によって生じた垂直方向張力インパルスのパルス幅は第1鍵では基本周期の約1/20であるのに、第88鍵では2倍あるいは3倍である。にもかかわらず全く同様な取り扱いが可能であるが、第70鍵前後ではパルス幅が周期の1.5倍付近となると倍音が卓越してしまうので、ハンマフェルトの特性を調整して、1あるいは2倍に近くなるようにする。このことは、その帯域で起きる独得の現象である^{2),3)}。また、響板の振動においては、低音部では響棒で等方性となった響板の全体的な振動であるが、

高音部では響棒間の振動が主要な役割をして、広い帯域特性を作り出している。

ピアノの研究で重要なことは、ピアノ音発生全過程をとらえることである。ピアノアクションから、音圧までのピアノ音の形成過程について、全音域全時間帯にわたって研究が進められており、複合振動系として生ずるピアノの現象の物理的解明も進んで、ピアノの発音機構の全貌が次第に明らかになってきている。ピアノにおける非線形現象はアクションとハンマの部分を除いては極めて少ない。弦振動に非線形性はないわけではないが、音色に影響するほどではない。

本レビューは物理的現象を主体として扱ったので、ピアノ音の分析合成などの問題は取り上げなかった。また、一方、ピアノ音の知覚・認知のような生理学・心理学と関係を持つ問題も取り上げず、従ってピアノ音の評価はもちろん調律の問題も除外した。

2. ピアノアクション

演奏者とピアノの接点は鍵盤とペダルに限られている。演奏者によるピアノのコントロールは、それらを通してのみ可能であるから、演奏を決める重要な要因である。それにもかかわらず、ピアノアクションに関する研究論文は少ない。これは研究者が興味を持たないからではなく、ピアノアクションが研究の対象として取り扱いにくい性質のものであるためと思われる。鍵盤の先端部分が約10mm変位する間に、ジャックとレギュレーション、ジャックとローラ、ハンマとバックチェック、鍵盤とダンパ等が接触したり、また逆に非接触になったり、非線形な動作をする。更に接触部分や回転軸受には、フェルトや皮などの摩擦定数の求めにくい材料が使われている。これらの動作を理論的に、しかも正確に記述することは非常に難しいため、これまでピアノアクションの研究は、さほど進歩しなかった。しかしながら、計測技術の進歩に伴って過度的な現象の計測が容易になった。ピアノアクションの持つタッチやダイナミックレンジに注目しながら、幾つかの論文のレビューを行う。

* Recent research on acoustics of pianos.

** Isao Nakamura (The University of Electro-Communications, Chofu, 182)

*** Hideo Suzuki (Ono Sokki Co., Ltd., Tokyo, 163)

の場合には、ごく初期の段階で急激に加速される。いずれの場合も最終的なハンマの速度はほぼ同一である。ここで注目すべきことは、ハンマの速度は弦との接触の直前で一定とはなっておらず、いずれの場合も減少傾向にあることである。これはタッチと音質との関連に関する議論のときに、大前提とされる“ハンマが自由になった後は定速度で運動する”という条件が満たされないことを示しており、非常に重要である。Askenfelt や Jansson による各パーツの接触・非接触の研究並びに鍵盤及びハンマの動きに関する研究は、ピアノアクションの動特性を理解する上で非常に役立つと思われる。

日本における最近のピアノアクションに関する研究は小嶋⁸⁾、高橋⁹⁾や佐伯ら¹⁰⁾によって行われている。ここでは佐伯らによる研究を紹介する。打鍵装置と計測装置の組み合わせを用いて、打鍵強度と鍵盤の変位の計測を行った。ここで用いられている打鍵装置は、ソレノイドに加える電流の波形を変えることにより、打鍵力の時間波形を比較的容易に変えられる。種々の強さで打鍵した時の打鍵力と鍵盤の変位を示したもののによれば、鍵盤に働く力は鍵盤がボトムに達するまでに複雑な変化を示していることが分かる。鍵盤の変位は Askenfelt らによるもの⁷⁾と似ている。また、強、中、弱の打鍵時の打鍵装置と指による打鍵との力の比較を示したもののによれば、細部の違いはあるが、二つの打鍵による力によく似ている。細部の違いは、本物の指と打鍵装置との形状並びに粘弾性の違いなどによると思われる。また、本論文では力センサが本物の指での測定では鍵盤と指の間に取り付けられ、打鍵装置の場合には鍵盤と力センサの間にクッションが入っていることなども、測定結果の差となる可能性もある。それぞれ力、速度、機械インピーダンス(F/V)を鍵盤の変位の関数として、種々の打鍵強度について示したもののによれば、鍵盤へ加わる力が最大となる変位は打鍵強度が高まるに従って大きくなる。これはハンマが動き出す時期と一致し、ハンマの動きが、急激な鍵盤の動きに追従できないためであると佐伯らは説明している。機械インピーダンスのピークは力のピークよりも少し遅れて現れる。ピークの高さは打鍵強度の差ほど大きくない。また、変位がゼロと 10mm 以外でのインピーダンスの最低値も打鍵強度にあまり依存しない。このように、力/速度という量はなるべく少ないパラメータでタッチを量的に表現する際の有望な候補である。筆者の一人鈴木の同様な研究の経験からすれば、力/変位、力/速度又は力/加速度のいずれか、又はそれらの組み合わせを有効に使用することにより、タッチを可成り量的に表現できるものと思われる。鍵盤のもどりの過程も含めて鍵盤がバネ、機械抵抗、あるいは質量のどのようなものとして振舞うか、指は微妙にその差を感じるとようである。

以上、最近の幾つかの論文の紹介により、ピアノアクションの動的な振舞いの解明が着実に進んでいることが明らかとなった。見出された幾つかの事実は、ピアノアクションの各部品を集中定数要素としてでなく、分布定数要素として考えていく必要があることを示している。Askenfelt らによるハンマのモデル解析⁷⁾などは、次章で示すハンマと弦との接触問題の解明にも考慮されるべき点である。また、鍵盤の動作の定量化は従来から行われていたが、静的なバランスのみを考慮したアクションの品質管理から、動特性を考慮した品質管理への発展の可能性を示唆している。

3. ハンマと弦の相互作用

ハンマと弦の相互作用の問題は古くから多くの研究者の興味を集めた。その興味のポイントは

- (1) ハンマと弦の間に加わる力の時間波形
- (2) 接触時間
- (3) 一時的非接触現象
- (4) 各高調波のスペクトル分布
- (5) ハンマから弦へのエネルギー伝達効率

などである。理論的な解析はハンマ並びに弦のモデルを使って数学的に現象を記述することによって行われるが、そのモデルは時代と目的によって異なったものが使われる。また、当然のことながら、どのようなモデルを使用するかによって到達する結果も異なったものとなる。最近の論文において、それらのどのタイプのモデルが使われ、どのような結果が得られたかについて、実験的研究も含めて紹介する。

3.1 ハンマのモデル

Helmholtz¹¹⁾は弦に加わる力が正弦波の半サイクルとしたときの弦の振動を求めた。次に用いられたハンマモデルは堅いハンマあるいは質点と呼ばれるもので、Kaufmann¹²⁾の時代から今日まで使われている。これも実際のハンマとはほど遠いが有限長の弦との衝突の問題として、物理的に非常に興味のある問題である¹³⁾。実際のハンマから容易に想起されるモデルとしては質量とスプリングからなるソフトハンマであろう。これも過去 60 年ほど使われているモデルであり、実際のハンマと弦の相互作用の現象を可成りよく説明できる。また、ハンマと弦の相互作用の一般論を展開できるのは、このモデルまでである。次の非線形スプリングを有するハンマモデルはハンマの打弦時の速度を変えたときの各高調波スペクトル分布の違いを説明するには是非とも必要なものである。ここ 10 年以内にハンマの非線形性を取り上げた文献が幾つかあるので、それを紹介する。

柳沢らは堅い弦をたたいたときのハンマの変形量(δ)と力(F)との関係を調べた¹⁴⁾。 $A_1 \sim A_{73}$ までのA音のハンマにつきハード、ミディアム、ソフトの場合の $F-\delta$

の履歴曲線を求めた。更に A_1 のハンマについて異なるハンマ速度による F - δ 曲線を求めた。これらの結果から柳沢らはハンマの分布定数形モデルを提案した。また、柳沢らは力センサをフェルトでつつんだハンマを使用したり¹⁵⁾、ハンマと弦の変位をそれぞれ測定することにより¹⁶⁾、ハンマの変形と力の時間パターンを推定した。力がゼロとなってもフェルトの変形はゼロにならない。すなわち、ハンマが上昇中はフェルトは圧縮されるが、逆にハンマが下降に向かうときに、フェルトはハンマの動きに追随して伸張できないことを示している。

鈴木は柳沢らと同様な実験を、しかし独立に行った¹⁷⁾。ハンマの加速度と、堅い弦に加わる力を測定し、1自由度系であるとしたときの、質量と非線形のパネ定数を求めた。質量は、 $M=F/\alpha$ (α は加速度) で求められる。実験で求められる F と α はともに時間の関数であるが、フェルトが圧縮される間 M はほぼ一定の値を示した。次に、力と変位の関係をフェルトが圧縮される期間中について求めると、ハンマの初速度にかかわらず $F=c_1\delta^2+c_2\delta^3+c_3\delta^4$ の形で近似できることが知られた。1自由度系及び2自由度系としたときの実測の力-時間曲線と、モデルから求められた力-時間曲線の比較をした。2自由度系では非常に良い一致が得られている。

中村らはハンマのヒステリシス特性を考慮するために、質量 M 、抵抗 $R=R_0(1-e^{-\gamma\delta})^2$ 、及び $S=S_0(1-e^{-\gamma\delta})$ (δ はフェルトの変形、 γ は定数) からなる1自由度系のハンマモデルをハンマと弦の相互作用の解析に用いている^{18), 19)}。

Boutillon はフェルトの変形 (δ) と力 (F) との関係が $F=a\delta^\alpha$ (a と α は定数、ただし上昇、下降で異なる値) で表されるバネからなるモデルを提案している²⁰⁾。

鈴木は A_1 用のハンマを有限要素法によりモデル化し F と δ の関係について調べたところ、概略 $F=a\delta^{1.7}$ の非線形が得られた²¹⁾。ただしここでは静的な変形のみで、材料の非線形性を考慮していない。

現在、ハンマフェルトの持つ非線形性は疑いの余地がないが、ヒステリシス特性も含めた、最適のハンマのモデル化は残された課題である。この際に重要なことはハンマフェルトの動的な振舞いを十分考慮したモデル化が大切である。また、非線形性が形状による幾何学的な非線形性と、材料の非線形性によるものと分離できるようになれば、ハンマの改良、品質管理等に役立つと考えられる。

3.2 弦モデル

ハンマと弦の相互作用の研究における弦のモデルにも種々のものが使われている。弦のモデルは弦の性質、境界条件、振動の方向等をどのような微分 (又は積分) 方程式で表すかにより、異なったものとなる。それらを概観すると、

弦：弾性を持つか持たないか、均一か不均一か。

境界：固定か、支持か、有限インピーダンスか。

振動タイプ：横振動か縦振動か。

となる。古典的な研究のほとんどは、弾性を持たない完全ソフト弦の終端が固定されている横振動の問題を扱っている。ハンマと弦の相互作用の問題で弾性弦を扱っているものとしては中村^{19), 22), 23)}がある。また、鈴木は倍音の周波数をわずかに変えて、等価的に弦のスティフネスの影響を考察した^{24), 25)}。

3.3 弦とハンマの相互作用の理論及び実験

ここでは、今まで述べたハンマや弦のモデルを用いて行われたハンマと弦の相互作用の理論的な研究と、実験的な研究に関し、最近の主なものを紹介する。

中村は先に述べたハンマ/弦モデルをアナログコンピュータでシミュレートしてハンマと弦の相互作用を研究した^{21), 30)}。等価回路はピアノ弦と伝送線との相似性 (アナロジー) から得られたものである。 L_H と C_H はハンマの質量とコンプライアンスに対応する。 ΔL と ΔC は弦の単位メッシュ当たりの線密度と張力の逆数にそれぞれ対応する。鍵番号 1 から 20 までは、最初に両側に伝搬して行く波が打弦点に到達するときにはハンマは分離している。鍵番号 20 以上では、弦の近い方の端に伝搬する波は相互作用が終わる前に打弦点にもどって来る。そのために、垂直方向の力は単純な半正弦波形からもっと複雑な形を示す。鍵番号が、20~30 における接触時間の急激な変化は近接端からの早い反射による複雑な相互作用のためであるとしている。更に反射回路が多くなると垂直方向の力は再び半正弦波となる。次に $t_0/T_0=1.5$ のとき (t_0 : 接触時間, T_0 : 弦の基本周期), 奇数次の部分音が垂直方向の力には見られない。これが鍵番号 70 あたりの音が弱くなる理由であるとして、ハンマのスティフネスを調整する。更にハンマから弦へのエネルギー伝達をも計算した。鍵番号 15 あたりでは約 100% 近いエネルギーの伝達が行われる。逆に高域の限界近くでは数% に低下する。

中村はもっと複雑なハンマと弦のモデルで接触現象を研究した²³⁾。このモデルではモービリティアナロジーが用いられている。すなわち力と電圧、速度と電圧、質量と容量、コンプライアンスとインダクタンスがそれぞれ対応する。弦の剛性と駒のインピーダンスも考慮されている。2本弦、3本弦の場合も含まれている。アナログ回路をシミュレートするため、デジタルコンピュータを用いた。同じ弦のモデルと非線形ハンマのモデルの組み合わせが中村と岩岡により用いられた¹⁹⁾。

柳沢らは打弦点における弦の振動を観測するため、垂直の間隙を持った黒の細片と、高速で走るフィルムを打弦点の近くに弦に平行においた。写真における上下の白い帯は弦とハンマの打弦点における動きを示したものの

で、 A_1 の写真は明確に一時的な非接触の現象を表している。接触後のハンマの速度は初期速度よりもはるかに小さく、エネルギー伝達が非常に大きいことを示している¹⁶⁾。

Hall は質点と理想弦の相互作用の問題を取り上げ、理想的な接触問題の一般解を得ると共に、幾つかの単純なしかも重要な結論を引き出した^{13), 26)}。

Hall はまずハンマと弦の接触が近接端からの第2回の反射波が打弦点に到達する以前に終了する場合 ($m \leq 0.463 M$, m : ハンマ質量, M : 弦質量) について、弦の変位、弦とハンマの間に働く力、及び各モードに与えられるエネルギー Spektrum を求めた¹³⁾。反射波が打弦点にもどるときに弦の変位が急激に変化するために、ハンマは押しもどされる。 $m = 0.4 \alpha M$ のときのモードエネルギーレベルを示したものでは、ノードでの Spektrum が失われているが、アンチノードに対応するモードのエネルギーも、その近くのモードのエネルギーと比較すると低いという興味ある結果が得られた。 $m \ll M$ の極限の場合のハンマから弦へのエネルギーの伝達率は 0.865 と可成り高い値を示す。

Hall は過去のハンマと弦の相互作用に関する研究の全体的なレビューを行い、堅いハンマの場合に多重反射を考慮した一般的な解を与えている²⁶⁾。弦とハンマの間に働く力を三つの場合について求めたものでは、それぞれ 1, 0, 2 回の再接触が見られる。質点と弦との相互作用における力と速度成分は、無限大の傾斜を持つので、有限個の進行波解で表現するのが便利である。このような場合に、モード展開による方法では、解の収束に非常に多くの項が必要である (しかし実際のハンマではフェルトのスティフネスのために、速度、力ともに急激なジャンプを持つことはない)。

Hall は更に質量-スプリングからなるハンマ弦との接触の一般解を求めた²⁷⁾。ハンマの変位 η , 弦の変位 y , 弦とスプリングとの間に働く力 F は、

$$F(t) = [\eta(t) - y(x=0, t)]/C$$

ここで C はスプリングのコンプライアンスである。ハンマに初速度を与えて衝突させたときの一般解を、前の二つの論文と同じ進行波解を使って求めた。正規化された $F(t)$ を同じく正規化されたコンプライアンス $\sigma = C/C_0$ ($C_0 = m/16 \mu T$, m : ハンマ質量, μ : 弦の線密度, T : 張力) について示したものは、コンプライアンスが増すに従って接触時間は (一般的に言って) 増し、 $F(t)$ は滑らかになる。 $\sigma = 0$ から 0.75 の間に、再接触の数は 3 から 0 まで順次減少する。Hall はこの論文で損失を持つハンマについても若干の検討を行っているが、同時にハンマの損失の重要性及び $F = R(\dot{\eta} - \dot{y})$ がハンマの抵抗の正しい表現であるかどうかについて疑問を投げかけている。以上の Hall の三つの論文は先駆者達の仕事を

理解するためと、理想的なハンマ/弦系の相互作用の問題に対する一般解を与えるものとして重要である。

Hall は彼の第4の論文²⁸⁾で失われたモードの問題を扱った。彼はこのことに関する過去の文献をレビューすると共に、1 mm ごとに打弦点を動かして実験を行った。失われたモードは打弦点が注意深く調整されると、近接するモードよりも約 30 dB ほど低くなる。彼は、失われたモードの残りの部分の成分は響板の有限のインピーダンス支持によるものであると結論している。ここで紹介されている Hall の論文はハンマと弦の接触の物理を理解するのに重要である。

Hall, Askenfelt は、このシリーズの第5の論文で、ハンマの加速度それに基づく弦の振動を測定し、それまでの理論によって得られる結果との比較を行った²⁹⁾。この中で、(1)有限振幅の中での弦振動のモード間の結合、(2)弦剛性とそれに基づく分散、(3)響板のアドミッタンス、(4)ハンマの有限幅、及び(5)ハンマの非線形性によってもたらされる第1〜第4の論文の理論の限界について詳細に検討した。

鈴木は A_1 ²⁵⁾ と C_{40} ²⁴⁾ に関してのハンマと弦の接触現象をインピーダンスアナロジーによる等価回路を用いて研究した。ハンマは非線形性を持った質量-スプリング系で表される。その特性は実験的に求められた。固定端条件を有する理想的な弦の打弦点における機械インピーダンスは、多数の並列の共振回路で表される。非調和性の効果を考慮するために、このモデルでは各部分音の周波数を容易に変えることができる。更に各モードの大きさが分かれば、弦の変形が容易に求められる。 A_1 と C_{40} の弦の変形を 0~10 ms の間で求めた。 A_1 の結果では高周波の成分が低周波成分より高速で移動することが明確に示されている。ハンマの変位、打弦点における弦の変位、ハンマの弦に働く力の時間変化が示され、弦の変位は柳沢らの測定結果¹⁶⁾とよく似ている。約 4 ms 付近での一時的な非接触現象が見られる。4 ms 以後の弦の変位の急激な現象は、近い方の端からの反射によるもので、それにより一時的な非接触が引き起こされる。 C_{40} については、ハンマと近い端の間での数回の反射が、ハンマと弦の接触が完了するまで行われる。エネルギーの伝達効率はハンマの初速度に依存する。 A_1 のときには 0.8 から 0.98 の間にあり非常に高い。ブリッジ側の垂直方向の力を D/A 変換しスピーカで聴取した。 A_1 では非調和性が入った方が自然な感じがしたが、 C_{40} では聞き取れるような差はなかった。

Boutillon はヒステリシス特性を有するハンマモデルをハンマと弦の相互作用に応用し、測定結果と比較した²⁰⁾。ハンマの加速度と弦全体の衝突直後の速度と変位、更に F_1 の弦振動の Spektrum について、実測とシミュレーションの結果のよい一致が得られた。

興味のある実験的な研究が本津・平井³⁰⁾、久保田・永井³¹⁾により行われた。

本津らはポリマフィルム (PVF 2) でおおわれた弦を用いて、横振動と同時に縦振動も測定した³⁰⁾。0.068 mm 厚の PVF 2 と 0.005 mm 厚の電極を 0.4 mm の直径の弦の終端近く 40 mm にわたっておおい、弦と外側の電極の出力を求めている。ここでコーティングは打弦点から遠い方の終端近くになされた。予測と実測の周波数の比較から、リップルはそれぞれ、打弦点と短い方の終端の間の縦振動、同じ点間の横振動、及び両終端の間の縦振動であると結論づけている。この結果は明確に弦の縦振動の存在を示している。

久保田らは弦の横振動を観測するために、アナモフィック (円筒形の) レンズを用い、弦の長さは変えずに弦の振幅を 20 倍拡大して、弦のスローモーションの写真をとった³¹⁾。弦振動を視覚化することは、より正確なハンマと弦の相互作用の理論を確立するのに役立つであろう。

以上のレビューは弦とハンマの相互作用の研究が過去 10~15 年で大きな進歩をなしとげたことを示している。最新の数値解析技術を用いた正確なモデル解析はピアノの物理を理解する上で有用であろう。

4. 弦振動と音色

ハンマと弦の相互作用によって、ハンマの持つ運動エネルギーの一部が弦に伝達されて弦が振動する。その弦振動のエネルギーが時間をかけて響板を通し、音となって外部に放射される。弦は低音部を除いて 2 本あるいは 3 本であるので響板を介して弦相互間のエネルギーの交換があり、弦振動は複雑になる。更に弦は響板に対して直角方向の振動ばかりでなく、水平方向にも振動する。

弦は張力のほかに弾性の影響のために高い周波数の波動ほど速く伝搬する分散性を持つ。従ってピアノ音に非調和性が現れる。ピアノの調律の平均律よりのずれは高音になるほど高い方にずれ、また低音になるほど低い方にずれる S 字形特性となっている。弦振動の非調和性がモード数の 2 乗となるので、Railsback の S 字形特性³²⁾ はピアノ音の非調和性の自然の結果である。ピアノの部分音の周波数の倍音からのずれの割合は Bn^2 (B は弦の常数) で与えられ、部分音における非調和性がピアノの音色に緩かみを与えていると Fletcher ら³³⁾ は述べている。

また、弦振動の減衰は高い周波数成分ほど速いためにピアノ音の音色は時間と共に変化する。ピアノ音の減衰は複雑で、打弦直後の急速な減衰-打音と、時間が経過した後の緩やかな減衰-余韻より成り立っている。同音グループ複数弦の調律の仕方によって、ピアノ音は減衰特性が異なってくる。全く同音のときは急速な減衰を示

し、同音のずれが大きくなるに従って減衰が緩やかになる。最も好まれる調律は各弦の間の最大のずれが 1 セントか 2 セントのときである。わずかなミスチューニングの 2 本弦では、打弦直後は同相成分による減衰率が大きい、一定時間後は逆相成分の振動が生じ、響板の動きを制限するので減衰率は小さくなると Weinreich^{34), 35)} は説明している。

これら 1970 年代までの研究の上に立って、非調和性と減衰特性に関する最近の研究をレビューする。

4.1 非調和性

中村は弾性弦のモービリティ類推等価回路より部分音の周波数を求めた結果

$$f_n = n f_0 \left(1 + \frac{\pi^2 L_1}{l^2 L_2} n^2 \right)^{1/2}, \quad f_0 = \frac{1}{2\sqrt{CL_1}}$$

となり、機械的な定数に置き換えれば Fletcher の式³³⁾と一致することを示した²³⁾。

中村は非調和性を持つパーシャルを用い、正弦波加算合成によって、理論的に音名 G の各音階における弦振動の垂直駆動力波形を合成した^{36), 37)}。G₁ では 30 個のパーシャルを用い、パルス性の波形の前に、分散性による前駆波が次第に先行する実測のピアノ波形と同様な波形を得ている。

Karp は、弦の支持条件で非調和性が変わることを示し、C₂ の場合は負の非調和値を観測している³⁸⁾。

中村らは弾性弦のインピーダンス類推等価回路より、巻線が取り除かれた境界で、モードの 2 乗に比例した反射が起きるため非調和性が増大することを明らかにし、補正項を求め、計算機シミュレーションを行った³⁹⁾。

中村らは弦が非調和性を持つために、インパルスレスポンスがベッセル関数で表せることを示し、IIR デジタルフィルタを用いてピアノ弦の振動のシミュレーションを行い、高い周波数が先行する波形を得ている⁴⁰⁾。

Sanderson は巻線弦の式を提案しているが⁴¹⁾、その導出の過程を明らかにした論文が見当たらない。

Podlesak, Lee はピアノ弦を伝搬する波の分散について論じ、群速度と位相速度を求めている⁴²⁾。波の分散の効果は長時間スペクトルとしては非調和性を表すものであるが、短時間スペクトルとして、放射音の立ち上がりの過渡状態に関係づけようとしている。

4.2 減衰特性

中村は 3 本弦の 40 鍵 C₄ について計算機シミュレーションを行った²³⁾。中央の弦に対して、それぞれ 1 セントずつずらしたものの駒点の駆動力波形 (シミュレーション) とアプライトピアノの音圧波形 (実測) のそれぞれのエンベロープを求めた。最初の 1 秒間に急速な減衰を示す打音があり、続いて緩やかな減衰の余韻が現れている。そのスペクトルの時間変化は、打弦状態が正確には一致していないので第 3 パーシャルの減衰は多少異なる。

るが、大体はよく一致している。シミュレーションによる各弦の響板駆動力のエンベロープと、グランドピアノ 41 鍵 D_4 の打弦点における各弦の速度の時間減衰波形の実測とはほぼ一致している。また、ウナコーダの場合についても同様なシミュレーションと実測を求めている。これらで 3 本弦の場合の 2 段減衰と余韻における変動がよく分かる。

Wogram は響板の特性による弦振動の減衰曲線を求め、1 本弦でも 2 段減衰が起きることを見出した⁴³⁾。

Meyer, Melka は低音から高音までのいろいろな音符に対する減衰曲線を求めている⁴⁴⁾。対数的に線形な減衰から、二段減衰、ビートを持つ減衰が現れている。

柳沢らも、 C_3 の弦の 1 本を振動させ、他は防振させた場合の第 2 部分音について、弦の張力を変えた場合の減衰特性を求めている⁴⁵⁾。駒点における響板の固有振動付近で急激な減衰をし、かつ 2 段減衰が現れており、1 本弦でも 2 段減衰が起きることを示している。

中村らは打弦時に弦は響板に対して垂直方向に振動するが、駒点のカップリングで水平成分を持つものとした場合は、垂直成分が急激に減少し水平方向成分が増大し、両者の平衡が取れたときに緩やかな減衰となるために打音と余韻が生ずることを計算機シミュレーションで示した⁴⁶⁾。

中村らが報告している G_1 の基音から 14 部分音までの各部分音の時間的变化⁴⁷⁾には、Meyer らの各音符⁴⁴⁾と同じような特性が現れている。

中村は複数弦と響板の等価回路は、各弦が各部分音の共振系より構成されるものとし、各部分音ごとにそれぞれの特性を求めればよく、その一つのモードだけを取り上げれば、Hundley らの等価回路⁴⁸⁾と一致する。この中の最も簡約化した等価回路を用いて、ミスチューニングと響板/弦のインピーダンス比の大小関係によって、2 本弦の粗結合か密結合が決まり、これでビートの減衰と 2 段減衰の状態に分かれることを示した⁴⁹⁾。これは弦相互の部分音であろうと、また弦の部分音と響板系であろうと二つの共振系の結合で起きることで、響板と弦の特性とチューニングの両者が密接に影響することを示すものである。

中村らは先に行った IIR フィルタの方式⁴⁰⁾を 2 系列に拡張し、結合が弱くビートが現れる場合と、結合が強くと 2 段減衰が現れる場合の計算機シミュレーションを行った^{50), 51)}。

中村らは先に行った 2 本弦の部分音に対する共振系⁴⁹⁾を 3 本弦に拡張し、種々のシミュレーションを行った⁵²⁾。この場合、打音と余韻に分かれ、更に余韻にビートが現れる。ビートは調律の仕方によって、いろいろと変わることを示した。

5. 響板振動と音放射

ピアノの響板は“振動板”とも呼ばれる。これは再生装置のスピーカに対応するものである。ゆえに、それらの性能はほとんど同じ特性、すなわち入力インピーダンス、周波数応答、放射パワー、効率、そして指向性などで評価される。振動板の性質に関する要求も似ている。ピアノの響板と、スピーカでは重要な差がないことも多いが、これらの動作を究明するには、同じようなアプローチがとられる。最近の解析及び計算手法の応用も含めて、響板に関する近年の研究を紹介する。

Lieber は響板の静的及び音響的な動作について検討した⁵³⁾。代表的な spruce のヤング率は木目の方向及び直角方向で 1.1×10^{10} (N/m²) と 5.5×10^8 (N/m²) である。響棒で補強後は、曲げ剛性が 1:2 となり過補強であることを示している。静的な力を加えて測定した曲げ剛性はクラウンのため計算の 2 倍ほどである。彼の説の面白いところは、spruce (特にルーマニア産) がより小さな E/ρ にもかかわらず、fir よりも好まれるのは、resin の含有率のためだ、としているところである。内部損失に関しては、低周波数では音の持続性のために小さくあるべきであり、高周波数では音に柔らかさを与えるため大きくあるべきである、という。

Wogram はインピーダンス (力/速度) 曲線を駒上の幾つかの点で測定した⁴³⁾。また、音圧も響板から 2m 離れた位置で測定した。響板の共振はインピーダンスの谷で示されており、そこで位相角はゼロに近づく。明確な共振は響板の中心に近い測定点のインピーダンス曲線に見られる。1 kHz 以上の約 5 dB/oct の一定の傾斜はすべての測定点に見られる。種々の弦の張力が低下するに従って共振周波数も同時に低下する。弦が正常に調律されていると、最低共振周波数は 115 Hz で、弦を完全に取り去ると 70 Hz である。これは響板への静的なストレスにより、響板が実効的にずっと剛くなることを示している。この論文で示されているもう一つの面白いところは響棒での補強の効果である。彼は響棒の種々の高さに対するインピーダンスを測定した。響棒の高さの 1/4 ずつを測定ごとに取り除いた。この結果から、彼は以下の結論を導いた。1) 質量を増さずに曲げ剛性を高めるには響棒は狭くて高くあるべきである。2) 響棒は非等方性を補償すべきであるが、過補償すべきではない。3) 響棒は響板が一つの振動板として動作するように補助すべきである。

中村はアップライトピアノの響板 ($1,400 \times 1,030$ mm²) の振動と音放射特性を測定した^{54), 55)}。クラドニ法で測定した振動パターンについて、600 Hz 以下では振動パターンへの駒の効果は見られない。しかしながら、300 Hz 以上では右側が左側よりも、厚さの違いによって分

割モードを発生し易くなっている。測定した共振周波数の比から、響板の境界条件のタイプを推定した。計算の共振周波数は固定と単純支持の条件で行い、測定された周波数は計算した周波数の間にあり、実際の境界条件は固定と単純支持の混合であることを示している。

柳沢らは大きい響板と小さい響板の振動特性を評価した⁵⁶⁾。これは中高域にかけての弦長及び弦張力が同じにもかかわらず、なぜ大きな響板の方が良い音かを明らかにするためである。響板を駒のところでたたいたときの振動スペクトルと減衰パターンを求めた。これらの結果から、質の違いは共振の数によるものであるとしている。彼らは大きな響板は数少ない共振特性を持っている、という。大きな響板が速い減衰特性を持っているようであるが、その説明は与えられていない。

鈴木は6フィートのグランドピアノ (Steinway Model L) の振動と音放射特性を検討した⁵⁷⁾。一定の力を加えたときの 210 Hz 以下の音圧及び加速度特性に 6, 7 個の明確なピークが見られる。基本共振周波数は 49.7 Hz であり、最初の長さ方向と幅方向の分割共振周波数は、それぞれ 85.3 Hz と 116.1 Hz である。振動板の波長が空気の波長に比べて十分小さい範囲では、正及び負の音響インテンシティが存在している。振動及び音放射の測定から ρc で正規化された放射インピーダンスを計算した。放射抵抗は 100 Hz 以下では非常に小さい。1.4 kHz 以上では、だいたい 1.0 に等しく臨界周波数は、この周波数の近くにあることが伺える。

Kindel, Wang は9フィートのコンサートグランドピアノ (Baldwin SP-10) の響板の振動をモード解析と有限要素法を用いて検討した⁵⁸⁾。彼らはモード解析を二つの響板に応用し、共振周波数とモード形状を有限要素法の結果と比較した。弾性定数は単純支持の Sitka-spruce をダイナミックに測定して決定した。最初の四つの共振周波数は、ピアノのサイズが違ってもかかわらず鈴木の結果⁵⁷⁾とほぼ等しいことは興味深い。

Meyer はグランドピアノの垂直面における放射パターンを、低、中、高域において測定した⁵⁹⁾。250 Hz での音圧は響板の裏側の方が表よりも高い。高域においては指向性に対する蓋の影響が大きくなる。響板だけの指向性を完全なピアノのそれに対応させることは難しい、というのは床や枠や蓋その他の部品が音放射を複雑にするからである。

中村はアップライトピアノの響板の水平面 (床から 0.9 m の高さ) における放射パワーを測定した⁵⁴⁾。180 Hz における放射パワーはすでに指向性を持っており、周波数が高くなるに従って更に指向性が鋭くなる。

響板は音放射体として非常に複雑なものであり、意味のある結果を得て、それらをピアノの改良に結びつけるには系統的な研究が必要であろう。

6. あとがき

ピアノの音響学的研究は、この 10 年間で飛躍的な進歩をなしとげ、アクションから響板に至るまでの発音の全過程が次第に明らかになってきた。この複雑な複合振動系の中で起きている物理現象を明確に説明することが、現在の課題である。更に良いピアノ音とは何かを追求し、それを得るための技術的な方策をたてるのには、今後まだまだ多くの研究を必要とするであろう。

文 献

- 1) 中村 勲, “ピアノの音響学的研究の展望,” 音響学会誌 35, 447-455 (1979).
- 2) 中村 勲, “打弦の振動 (ピアノの音響学的研究 第1報),” 音響学会誌 36, 504-512 (1980).
- 3) I. Nakamura, “Simulation of string vibrations of the piano—A struck string—,” Proc. Wollongong Cooperative Workshop on the Acoustics of Stringed Musical Instruments, Wollongong, Australia, 145-177 (1982).
- 4) P. R. Dijksterhuis, “De piano,” Ned. Akoest. Genoot. 7, 50-65 (1965).
- 5) E. Lieber, “On the possibilities of influencing piano touch,” Musikinstrument 34, 58-63 (1985).
- 6) A. Askenfelt and E. Jansson, “Piano touch, hammer action and string motion,” Proc. Stockholm Music Acoustics Conference 83, II, 137-143 (1985).
- 7) A. Askenfelt and E. Jansson, “From touch to string vibrations: An experimental study of the initial course of the piano tone,” J. Acoust. Soc. Am. 61, Suppl. 1, CC 3 (1987).
- 8) 小嶋 卓, “ピアノのキーの運動と発音のタイミングの測定,” 音響学会音楽音響研資 MA 2-2, 6-11 (1983).
- 9) 高橋準二, “ピアノ打鍵要素解析システム,” 音響学会音楽音響研資 MA 3-4, 1-8 (1984).
- 10) 佐伯周二, 齊藤 博, 桜井洋一, “ピアノ打鍵特性に関する一考察,” 音響学会音楽音響研資 MA 4-7, 9-16 (1986).
- 11) H. L. F. von Helmholtz, *On the Sensations of Tone*, 4th ed. (1877); translated by A. J. Ellis (Dover, New York, 1954).
- 12) W. Kaufmann, “Über die Bewegungen geschlagener Klaviersaiten,” Ann. Phys. (Leipzig) 54, 675-712 (1895).
- 13) D. Hall, “Piano string excitation in the case of small hammer mass,” J. Acoust. Soc. Am. 79, 141-147 (1986).
- 14) 柳沢 猛, 中村喜十郎, “ピアノハンマの動圧縮特性,” 音響学会音楽音響研資 MA 1-1, 14-18 (1982).
- 15) 柳沢 猛, 中村喜十郎, 愛甲秀樹, “ピアノ打弦力曲線の実験的研究,” 音響学会誌 37, 627-633 (1981).
- 16) 柳沢 猛, 中村喜十郎, “ピアノハンマのフェルトの動圧縮特性,” 音響学会誌 40, 725-729 (1984).
- 17) H. Suzuki, “Modeling of a piano hammer,” J. Acoust. Soc. Am. 78, Suppl. 1, S 33 (1985).
- 18) 中村 勲, 岩岡聡一郎, “ピアノの打弦のモデルについて,” 音講論集, 327-328 (1985. 3).
- 19) 中村 勲, 岩岡聡一郎, “ピアノの打弦のシミュレーション—非線形フェルトハンマの場合,” 音講論集, 401-402 (1985. 9-10).
- 20) X. Boutillon, “Model for piano hammers: Experimental determination and digital simulation,” J. Acoust. Soc. Am. 83, 746-754 (1988).
- 21) H. Suzuki, “A model analysis of force-deformation characteristics of a piano hammer,” J. Acoust. Soc. Am. 83, Suppl. 1, S 119 (1988).

- 22) I. Nakamura, "Computer simulation of the piano," Proc. 10th ICA, K-5.3 (1980).
- 23) 中村 勲, "発音機構のシミュレーション (ピアノの音響学的研究 第2報)," 音響学会誌 **37**, 65-75 (1981).
- 24) H. Suzuki, "Model analysis of a hammer string interaction," Proc. ICASSP 86, 1285-1288 (1986).
- 25) H. Suzuki, "Model analysis of a hammer-string interaction," J. Acoust. Soc. Am. **82**, 1145-1151 (1987).
- 26) D. Hall, "Piano string excitation II: General solution for a hard narrow hammer," J. Acoust. Soc. Am. **81**, 535-546 (1987).
- 27) D. Hall, "Piano string excitation III: General solution for a soft narrow hammer," J. Acoust. Soc. Am. **81**, 547-555 (1987).
- 28) D. Hall, "Piano string excitation IV: The question of missing modes," J. Acoust. Soc. Am. **82**, 1913-1918 (1987).
- 29) D. Hall and A. Askenfelt, "Piano string excitation V: Spectra for real hammers and strings," J. Acoust. Soc. Am. **83**, 1627-1638 (1988).
- 30) 本津茂樹, 平井平八郎, "高分子圧電膜を用いた打弦振動の測定—打弦時の過度振動—," 信学論 **J64-A**, 307-314 (1981).
- 31) H. Kubota and Yohei Nagai, "The kinematical study on the initial behavior of hammer stricken piano string," Proc. 12th ICA, K2-1 (1986).
- 32) O.L. Railsback, "Scale temperament as applied to piano tuning," J. Acoust. Soc. Am. **9**, 274; **10**, 86 (1938/1939).
- 33) H. Fletcher, E.D. Blackham, and R. Stratton, "Quality of piano tones," J. Acoust. Soc. Am. **34**, 749-761 (1962).
- 34) G. Weinreich, "Coupled piano strings," J. Acoust. Soc. Am. **62**, 1474-1484 (1977).
- 35) G. Weinreich, "The coupled motions of piano strings," Sci. Am. **240**, 94-102 (1979).
- 36) 中村 勲, "ピアノ音の特性 (ピアノの音響学的研究 第4報)," 音響学会誌 **38**, 454-460 (1982).
- 37) I. Nakamura, "The formation of piano sound," SMAC **83**, Program and Abstracts, Stockholm (1983).
- 38) C. Karp, "The inharmonicity of strung keyboard instruments," Acustica **60**, 295-299 (1986).
- 39) 中村 勲, 岩岡聰一郎, "巻線弦の非調和性について," 音講論集, 353-354 (1986.3).
- 40) I. Nakamura and S. Iwaoka, "Piano tone synthesis using digital filters by computer simulation," Proc. ICASSP 86, Tokyo, 1293-1296 (1986).
- 41) A. Sanderson, "Piano stringing-scale design," J. Acoust. Soc. Am. **81**, Suppl. 1, S60 (1987).
- 42) M. Podlesak and A.R. Lee, "Dispersion of waves in piano strings," J. Acoust. Soc. Am. **83**, 305-317 (1988).
- 43) K. Wogram, "Acoustical research on pianos, Part 1: Vibrational characteristics of the soundboard," Musikinstrument **24**, 694-702, 776-782, 872-880 (original German version in Musikinstrument **23**, 380-404) (1981).
- 44) J. Meyer and A. Melka, "Messung und Darstellung des Ausklingverhaltens von Klavieren," Musikinstrument **32**, 1049-1069 (1983).
- 45) 柳沢 猛, 森岡幹夫, 中村喜十郎, 三木達哉, "響板の影響をうけるピアノ弦の部分振動の減衰率," 音響学会誌 **40**, 2-9 (1984).
- 46) 岩岡聰一郎, 中村 勲, "水平方向を考慮したピアノ弦の振動のシミュレーション," 音講論集, 399-400 (1986.10).
- 47) 中村 勲, 岩岡聰一郎, 中野年章, "スペクトル的に見たピアノ音の特性—ピアノ音の分析に関する研究 (第1報)," 音講論集, 391-392 (1987.10).
- 48) T.C. Hundley, H. Benioff and D.W. Martin, "Factors contributing to the multiple rate of piano tone," J. Acoust. Soc. Am. **62**, 1474-1484 (1978).
- 49) 中村 勲, "ピアノの打音と余韻の理論 (序論)," 音響学会音楽音響研資 **MA 6-5**, 15-21 (1987).
- 50) 中村 勲, 岩岡聰一郎, 西河賢治, "相互作用を持つ複数ピアノ弦の振動に対するデジタルフィルタ法の適用," 音講論集, 373-374 (1987.3).
- 51) 中村 勲, 岩岡聰一郎, 圓谷 毅, "ピアノ音合成のためのデジタルフィルタの特性改善," 信学会春季全国大会 **1**, 437-438 (1988.3).
- 52) 中村 勲, 岩岡聰一郎, 安原幹治, "ピアノの部分音の計算機シミュレーション—3本弦の場合—," 音講論集, 415-416 (1988.3).
- 53) E. Lieber, "The influence of the soundboard on piano sound," Musikinstrument **28**, 304-316 (original German version in Musikinstrument **9**, 858 (1966)) (1979).
- 54) 中村 勲, "響板の振動・音響特性 (ピアノの音響学的研究 第3報)," 音響学会誌 **37**, 510-517 (1981).
- 55) I. Nakamura, "The vibrational character of the piano soundboard," Proc. 11th ICA, 385-388 (1983).
- 56) 柳沢 猛, 中村喜十郎, "ピアノの響板の性質と楽音との関係," 音響学会音楽音響研資 **MA 4-3**, 3-9 (1985).
- 57) H. Suzuki, "Vibration and sound radiation of a piano soundboard," J. Acoust. Soc. Am. **80**, 1573-1582 (1986).
- 58) J. Kindel and I. Wang, "Model analysis and finite element analysis of a piano soundboard," Proc. 5th International Modal Conference, 1545-1549 (1987).
- 59) J. Meyer, *Acoustics and the Performance of Music* (Verlag das Musikinstrument, Frankfurt am Main, 1978).